

Práctica 4: Transistores BJT y MOS

Autor: Diego L. Peña Colaiocco

Fecha: por definir

Advertencia: Estas notas no han sido revisadas por ningún tercero por lo que probablemente contienen errores.

Índice

	Página
4.1 Resumen	4-1
4.2 Transistores BJT	4-2
4.3 Transistores MOS	4-7
4.4 Fórmulas útiles	4-10
4.4.1 Transistores BJT	4-10
4.4.1.1 NPN: Modo de operación activo directo	4-10
4.4.1.2 NPN: Modo de operación activo inverso	4-13
4.4.1.3 NPN: Modo de operación de corte	4-15
4.4.1.4 NPN: Modo de operación de saturación	4-15
4.4.1.5 PNP: Modos de operación	4-16
4.4.1.6 Modelo de Ebers-Moll	4-16
4.4.1.7 Modelo Híbrido Pi (pequeña señal)	4-19
4.4.2 Transistores MOS	4-20
4.4.2.1 Capacitor MOS:	4-20
4.4.2.2 Transistor MOS:	4-23
4.4.2.3 Capacitancias en un MOSFET:	4-24
4.4.2.4 Modelo de pequeña señal:	4-26
Referencias	4-27

4.1. Resumen

El objetivo de esta práctica es aclarar conceptos y resolver problemas relacionados con los dos tipos de transistores más comunes en la actualidad: los transistores BJT y los transistores MOS.

4.2. Transistores BJT

Ejemplo 4.2.1 Hallar las corrientes I_B , I_C e I_E para un transistor NPN con $\alpha_F = 0,99$, $\alpha_R = 0,9$, $I_{CO} = 5\text{nA}$, $I_{EO} = 4,5\text{nA}$ y $V_T = 0,0258\text{V}$. Se aplican voltajes externos al transistor de forma que $V_{BE} = 0,3\text{V}$ y $V_{CE} = 6\text{V}$. Use el modelo de Ebers-Moll.

Solución:

Se tiene que

$$I_{CS} = \frac{I_{CO}}{1 - \alpha_R \cdot \alpha_F} = \frac{5\text{nA}}{1 - 0,99 \cdot 0,9} = 45,87\text{nA}$$

$$I_{ES} = \frac{I_{EO}}{1 - \alpha_R \cdot \alpha_F} = \frac{4,5\text{nA}}{1 - 0,99 \cdot 0,9} = 41,28\text{nA}$$

$$V_{BC} = V_{BE} - V_{CE} = 0,3\text{V} - 6\text{V} = -5,7\text{V}$$

Luego:

$$I_C = -I_{CS} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right) - 1 \right) + \alpha_F \cdot I_{ES} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 1 \right)$$

$$= -45,87\text{nA} \cdot \left(\exp\left(\frac{-5,7\text{V}}{0,0258\text{V}}\right) - 1 \right) + 0,99 \cdot 41,28\text{nA} \cdot \left(\exp\left(\frac{0,3\text{V}}{0,0258\text{V}}\right) - 1 \right)$$

$$= 4,58470\text{mA}$$

$$I_E = I_{ES} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 1 \right) - \alpha_R \cdot I_{CS} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right) - 1 \right)$$

$$= 41,28\text{nA} \cdot \left(\exp\left(\frac{0,3\text{V}}{0,0258\text{V}}\right) - 1 \right) - 0,9 \cdot 45,87\text{nA} \cdot \left(\exp\left(\frac{-5,7\text{V}}{0,0258\text{V}}\right) - 1 \right)$$

$$= 4,63101\text{mA}$$

$$I_B = I_E - I_C = 4,63101\text{mA} - 4,58470\text{mA} = 46,31\mu\text{A}$$

Se destaca que el transistor está en el modo activo directo, que $\beta_F = \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F} = 99$, y que $\frac{I_C}{I_B} = 99,0002$ y $\frac{I_C}{I_E} = 0,99000002$. ■

Ejemplo 4.2.2 Hallar las corrientes I_B , I_C e I_E para un transistor PNP con $\alpha_F = 0,99$, $\alpha_R = 0,9$, $I_{CS} = I_{ES} = 45\text{nA}$ y $V_T = 0,0258\text{V}$. Se aplican voltajes externos al transistor de forma que $V_{EB} = 0,4\text{V}$ y $V_{CB} = 0,3\text{V}$. Use el modelo de Ebers-Moll.

Solución:

Se tiene que

$$\begin{aligned}
 I_C &= -I_{CS} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{CB}}{kT}\right) - 1 \right) + \alpha_F \cdot I_{ES} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{EB}}{kT}\right) - 1 \right) \\
 &= -45\text{nA} \cdot \left(\exp\left(\frac{0,3\text{V}}{0,0258\text{V}}\right) - 1 \right) + 0,99 \cdot 45\text{nA} \cdot \left(\exp\left(\frac{0,4\text{V}}{0,0258\text{V}}\right) - 1 \right) \\
 &= 235,995\text{mA} \\
 I_E &= I_{ES} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{EB}}{kT}\right) - 1 \right) - \alpha_R \cdot I_{CS} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{CB}}{kT}\right) - 1 \right) \\
 &= 45\text{nA} \cdot \left(\exp\left(\frac{0,4\text{V}}{0,0258\text{V}}\right) - 1 \right) - 0,9 \cdot 45\text{nA} \cdot \left(\exp\left(\frac{0,3\text{V}}{0,0258\text{V}}\right) - 1 \right) \\
 &= 238,935\text{mA} \\
 I_B &= I_E - I_C = 238,935\text{mA} - 235,995\text{mA} = 2,94\text{mA}
 \end{aligned}$$

Se destaca que el transistor está en el modo de saturación, que $\beta_F = \frac{\alpha_F}{1-\alpha_F} = 99$, y que $\frac{I_C}{I_B} = 80,27$ y $\frac{I_C}{I_E} = 0,9877$. ■

Ejemplo 4.2.3 Hallar V_{CE} en saturación para un transistor NPN con $\alpha_F = 0,99$, $\alpha_R = 0,2$, $I_B = 50\mu\text{A}$, $I_C = 1\text{mA}$ y $V_T = 0,0259\text{V}$. Use el modelo de Ebers-Moll.

Solución:

Se tiene que $I_E = 1\text{mA} + 50\mu\text{A} = 1,05\text{mA}$

Del modelo de Ebers-Moll se sabe que:

$$\begin{aligned}
 I_E &= I_{E0} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 1 \right) + \alpha_R \cdot I_C \\
 I_C &= -I_{C0} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right) - 1 \right) + 0,99 \cdot I_E
 \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned}
 1,05\text{mA} &= I_{E0} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 1 \right) + 0,2 \cdot 1\text{mA} \\
 \Rightarrow 0,85\text{mA} &= I_{E0} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 1 \right) \\
 \Rightarrow I_{ES} &= \frac{I_{E0}}{1 - \alpha_R \cdot \alpha_F} = \frac{0,85\text{mA}}{1 - 0,2 \cdot 0,99} \cdot \frac{1}{\left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 1 \right)} = \frac{0,106\text{mA}}{\left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 1 \right)}
 \end{aligned}$$

Y:

$$\begin{aligned}
 1\text{mA} &= -I_{C0} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right) - 1 \right) + 0,99 \cdot 1,05\text{mA} \\
 \Rightarrow 0,0395\text{mA} &= I_{C0} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right) - 1 \right) \\
 \Rightarrow I_{CS} &= \frac{I_{C0}}{1 - \alpha_R \cdot \alpha_F} = \frac{0,0395\text{mA}}{1 - 0,2 \cdot 0,99} \cdot \frac{1}{\left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right) - 1 \right)} = \frac{0,0493\text{mA}}{\left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right) - 1 \right)}
 \end{aligned}$$

Como $\alpha_F \cdot I_{ES} = \alpha_R \cdot I_{CS}$:

$$\begin{aligned}
 0,99 \cdot \frac{0,106\text{mA}}{\left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 1 \right)} &= 0,2 \cdot \frac{0,0493\text{mA}}{\left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right) - 1 \right)} \\
 \Rightarrow \frac{\left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 1 \right)}{\left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right) - 1 \right)} &= \frac{0,99 \cdot 0,106\text{mA}}{0,2 \cdot 0,0493\text{mA}} = 10,643
 \end{aligned}$$

Si ahora suponemos que $\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) \gg 1$ y $\exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right) \gg 1$:

$$\begin{aligned}
 \frac{\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right)}{\exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right)} &= 10,643 \\
 \Rightarrow \exp\left(\frac{q \cdot (V_{BE} - V_{BC})}{kT}\right) &= 10,643 \\
 \Rightarrow \exp\left(\frac{q \cdot V_{CE}}{kT}\right) &= 10,643 \\
 \Rightarrow V_{CE} &= \frac{kT}{q} \cdot \ln(10,643) = 0,0613 \cdot V
 \end{aligned}$$

■

Ejemplo 4.2.4 Calcular V_{BE} para operar un transistor NPN en corte con $I_E = 0A$ si se sabe que la juntura Base-Colector está polarizada en inverso con un voltaje $|V_{BC}| > 1V$, que $\alpha_F = 0,95$ y que $V_T = 0,0258V$. Use el modelo de Ebers-Moll.

Solución:

Del modelo de Ebers-Moll se tiene que:

$$\begin{aligned}
 I_E &= I_{E0} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 1 \right) + \alpha_R \cdot I_C \\
 I_C &= -I_{C0} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right) - 1 \right) + \alpha_F \cdot I_E
 \end{aligned}$$

Tomando en cuenta que $I_E = 0\text{A}$ y que como $|V_{BC}| > 1\text{V} \gg V_T$ se tiene que $\left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right) - 1\right) \approx -1$:

$$0\text{A} = I_{E0} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 1\right) + \alpha_R \cdot I_C$$

$$I_C = I_{C0}$$

Combinando ambas ecuaciones:

$$\begin{aligned} \exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 1 &= -\frac{\alpha_R \cdot I_{C0}}{I_{E0}} = -\frac{\alpha_R \cdot (1 - \alpha_F \cdot \alpha_R) \cdot I_{CS}}{(1 - \alpha_F \cdot \alpha_R) \cdot I_{ES}} = -\frac{\alpha_R \cdot I_{CS}}{I_{ES}} \\ &= -\frac{\alpha_F \cdot I_{ES}}{I_{ES}} = -\alpha_F = -0,95 \\ \Rightarrow \exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) &= 0,05 \\ \Rightarrow V_{BE} &= V_T \cdot \ln(0,05) = -0,0773\text{V} \end{aligned}$$

■

Ejemplo 4.2.5 Un transistor bipolar NPN de silicio, uniformemente dopado, se polariza en el modo activo directo, con $V_{BC} = -3\text{V}$. El ancho de la “base metalúrgica”, es decir, el ancho de la base obviando las zonas de carga de las dos junturas del transistor, es $1,1\mu\text{m}$. Las concentraciones de impurezas son $N_E = 1 \cdot 10^{17}\text{cm}^{-3}$, $N_B = 1 \cdot 10^{16}\text{cm}^{-3}$ y $N_C = 1 \cdot 10^{15}\text{cm}^{-3}$.

- Si la temperatura del dispositivo es 300°K determine para qué voltaje V_{BE} se tendrá que la concentración de portadores minoritarios en el borde de la juntura Base-Emisor, del lado de la base, será el 10% de la concentración de portadores mayoritarios en esta misma región.
- Con esta misma polarización determine la concentración de portadores minoritarios en el borde de la juntura Base-Emisor, del lado del emisor.
- Con la misma polarización que en el apartado anterior, determine el ancho de la base (teniendo en cuenta el ancho de las zonas de carga).

Solución:

- Las concentraciones de portadores mayoritarios en el emisor y la base son $p_{B0} = N_B = 1 \cdot 10^{16}\text{cm}^{-3}$ y $n_{E0} = N_E = 1 \cdot 10^{17}\text{cm}^{-3}$. Por lo tanto las concentraciones de portadores minoritarios en equilibrio son:

$$n_{B0} = \frac{n_i^2}{p_{B0}} = \frac{(1,5 \cdot 10^{10}\text{cm}^{-3})^2}{1 \cdot 10^{16}\text{cm}^{-3}} = 2,25 \cdot 10^4\text{cm}^{-3}$$

$$p_{E0} = \frac{n_i^2}{n_{E0}} = \frac{(1,5 \cdot 10^{10}\text{cm}^{-3})^2}{1 \cdot 10^{17}\text{cm}^{-3}} = 2,25 \cdot 10^3\text{cm}^{-3}$$

Si se aplica un voltaje V_{BE} en la juntura Base-Emisor se tendrá que la concentración de portadores minoritarios en el borde del lado de la base será:

$$n_{B_{\text{borde BE}}} = n_{B0} \cdot \exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right)$$

Finalmente, para el voltaje buscado se cumplirá que:

$$n_{B_{\text{borde BE}}} = n_{B0} \cdot \exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) = \frac{p_{B0}}{10} = 1 \cdot 10^{15} \text{cm}^{-3}$$

$$\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) = \frac{1 \cdot 10^{15} \text{cm}^{-3}}{2,25 \cdot 10^4 \text{cm}^{-3}} = 4,44 \cdot 10^{10}$$

$$V_{BE} = V_T \cdot \ln(4,44 \cdot 10^{10}) = 0,02585 \text{V} \cdot \ln(4,44 \cdot 10^{10}) = 0,634 \text{V}$$

- (b) La concentración de portadores minoritarios en el borde de la juntura Base-Emisor, del lado del colector, será:

$$p_{E_{\text{borde BE}}} = p_{E0} \cdot \exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) = 2,25 \cdot 10^3 \text{cm}^{-3} \cdot \exp\left(\frac{0,634 \text{V}}{0,02585 \text{V}}\right) = 1 \cdot 10^{14} \text{cm}^{-3}$$

- (c) El voltaje inducido en ambas junturas es:

$$V_{bi_{BE}} = \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{N_E \cdot N_B}{n_i^2}\right) = 0,02585 \text{V} \cdot \ln\left(\frac{1 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3} \cdot 1 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}}{(1,5 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3})^2}\right) = 0,753 \text{V}$$

$$V_{bi_{BC}} = \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{N_C \cdot N_B}{n_i^2}\right) = 0,02585 \text{V} \cdot \ln\left(\frac{1 \cdot 10^{15} \text{cm}^{-3} \cdot 1 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}}{(1,5 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3})^2}\right) = 0,634 \text{V}$$

Luego, el ancho que ocupan ambas zonas de carga dentro de la región de la base es:

$$x_{p_{BE}} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s(V_{bi_{BE}} - V_{BE})}{q} \cdot \frac{N_E}{N_B} \cdot \frac{1}{N_B + N_E}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-14} \cdot \text{F} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot (0,753 \text{V} - 0,634 \text{V})}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}} \cdot \frac{1 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}}{1 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}} \cdot \frac{1}{1 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3} + 1 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}}}$$

$$= 0,0346 \mu\text{m}$$

$$x_{p_{BC}} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s(V_{bi_{BC}} - V_{BC})}{q} \cdot \frac{N_C}{N_B} \cdot \frac{1}{N_B + N_C}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-14} \cdot \text{F} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot (0,753 \text{V} + 3 \text{V})}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}} \cdot \frac{1 \cdot 10^{15} \text{cm}^{-3}}{1 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}} \cdot \frac{1}{1 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3} + 1 \cdot 10^{15} \text{cm}^{-3}}}$$

$$= 0,0614 \mu\text{m}$$

Por lo tanto, el ancho de la base es:

$$1,1 \mu\text{m} - 0,0346 \mu\text{m} - 0,0614 \mu\text{m} = 1,004 \mu\text{m}$$

■

Ejemplo 4.2.6 Un transistor está polarizado en la región activa-directo, y se mide una corriente de base de $100 \mu\text{A}$. Se determina que el tiempo de vida medio de los portadores inyectados es de $0,1 \mu\text{s}$

- (a) Calcule la carga almacenada en la base debida a la inyección de portadores.

- (b) ¿Para qué relación de $\frac{L_{N_{BASE}}}{x_B}$ se tendrá una corriente de colector de $6,3 \text{mA}$? Asuma que $\gamma = 1$

Solución:

- (a) Como estamos en la zona activo directo se asume que $\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) \gg 2$. Suponiendo también que $x_B \ll L_B$ se tiene que:

$$I_B = \frac{qA \cdot D_B \cdot n_{B0}}{L_B} \cdot \exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) \cdot \frac{x_B}{2 \cdot L_B} = \frac{qA \cdot x_B \cdot n_{B0}}{2 \cdot \tau_B} \cdot \exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right)$$

De acuerdo a las aproximaciones realizadas:

$$\begin{aligned} Q_B &= \int_0^{x_B} qA \cdot n_B(x) dx \approx \frac{qA \cdot x_B \cdot n_{B0} \cdot \exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right)}{2} \\ &= I_B \cdot \tau_B = 100 \mu\text{A} \cdot 0,1 \mu\text{s} = 1 \cdot 10^{-11} \text{C} \end{aligned}$$

- (b) Para que $I_C = 6,3 \text{mA}$ debe cumplirse que

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{I_C}{I_B} = \frac{6,3 \text{mA}}{100 \mu\text{A}} = 63 \\ \Rightarrow \alpha &= \frac{\beta}{1 + \beta} = \frac{63}{1 + 63} = 0,984 \end{aligned}$$

Como $\gamma = 1$, $\alpha \approx B$. Luego:

$$\begin{aligned} \alpha \approx B &\approx \frac{1}{\cosh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)} \approx 1 - \left(\frac{x_B^2}{2 \cdot L_B^2}\right) \\ \Rightarrow \frac{x_B}{L_B} &\approx \sqrt{2 \cdot (1 - \alpha)} = \sqrt{2 \cdot (1 - 0,984)} = 0,179 \\ \Rightarrow \frac{L_B}{x_B} &= 5,59 \end{aligned}$$

■

4.3. Transistores MOS

Ejemplo 4.3.1 Considere un MOSFET de ensanchamiento tipo P hecho de silicio con $\epsilon_{ox} = 3,8 \cdot \epsilon_0$, $\mu_p = 0,020 \text{m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$, $L = 1 \cdot 10^{-5} \text{m}$, $W = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{m}$, $t_{ox} = 1 \cdot 10^{-7} \text{m}$, $V_{th} = -1,5 \text{V}$ y con una resistividad del sustrato de $0,01 \Omega \cdot \text{m}$

- (a) Calcule la Capacitancia del óxido.
 (b) Calcule la corriente por el drain del transistor si $V_{GS} = 0 \text{V}$ y $V_{DS} = -5 \text{V}$
 (c) Calcule la corriente por el drain del transistor si $V_{GS} = -5 \text{V}$ y $V_{DS} = -5 \text{V}$
 (d) Calcule la corriente por el drain del transistor si $V_{GS} = -10 \text{V}$ y $V_{DS} = -5 \text{V}$

Solución:

(a) La capacitancia del óxido es:

$$A \cdot C_{ox} = \frac{W \cdot L \epsilon_{ox}}{t_{ox}} = \frac{7,5 \cdot 10^{-5} \text{m} \cdot 1 \cdot 10^{-5} \text{m} \cdot 3,8 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{F} \cdot \text{m}^{-1}}{1 \cdot 10^{-7} \text{m}} = 0,252 \text{pF}$$

Y la capacitancia del óxido por unidad de área es:

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = \frac{3,8 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{F} \cdot \text{m}^{-1}}{1 \cdot 10^{-7} \text{m}} = 336,3 \mu\text{F} \cdot \text{m}^{-2}$$

- (b) Como $V_{SG} = 0\text{V} < 1,5\text{V} = -V_{th}$ el transistor está en corte, y la corriente por el drain será 0A
- (c) Como $V_{SG} = 5\text{V} > 1,5\text{V} = -V_{th}$ y $V_{SD} = 5\text{V} > 3,5\text{V} = V_{SG} + V_{th}$ se tiene que el transistor está en saturación. Luego:

$$\begin{aligned} I_D &= \frac{\mu_p \cdot C_{ox}}{2} \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{SG} + V_{th})^2 \\ &= \frac{0,020 \text{m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \text{s}^{-1} \cdot 336,3 \mu\text{F} \cdot \text{m}^{-2}}{2} \cdot \frac{7,5 \cdot 10^{-5} \text{m}}{1 \cdot 10^{-5} \text{m}} \cdot (5\text{V} - 1,5\text{V})^2 \\ &= 0,309 \text{mA} \end{aligned}$$

- (d) Como $V_{SG} = 10\text{V} > 1,5\text{V} = -V_{th}$ y $V_{SD} = 5\text{V} < 8,5\text{V} = V_{SG} + V_{th}$ se tiene que el transistor está en la región de triodo. Luego:

$$\begin{aligned} I_D &= \frac{\mu_p \cdot C_{ox}}{2} \cdot \frac{W}{L} \cdot [2 \cdot (V_{SG} + V_{th}) \cdot V_{SD} - V_{SD}^2] \\ &= \frac{0,020 \text{m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \text{s}^{-1} \cdot 336,3 \mu\text{F} \cdot \text{m}^{-2}}{2} \cdot \frac{7,5 \cdot 10^{-5} \text{m}}{1 \cdot 10^{-5} \text{m}} \cdot [2 \cdot (10\text{V} - 1,5\text{V}) \cdot 5\text{V} - (5\text{V})^2] \\ &= 1,513 \text{mA} \end{aligned}$$

■

Ejemplo 4.3.2 Se fabrican transistores MOSFETs de tipo N con $\mu_n = 400 \text{cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$, $L = 4 \mu\text{m}$, $W = 12 \mu\text{m}$, $t_{ox} = 200 \text{Å}$ y $\epsilon_{ox} = 3,8 \cdot \epsilon_0$.

- (a) Calcule la frecuencia de corte de uno de estos transistores, si $V_{th} = 1\text{V}$ y el transistor está polarizado con $V_{GS} = 3\text{V}$.
- (b) Otro de estos transistores, con $V_{th} = 0,5\text{V}$, se polariza en saturación con $V_{GS} = 2,5\text{V}$ y con una resistencia de carga de $100\text{k}\Omega$. Calcule la relación de la Capacitancia de Miller contra la capacitancia C_{gd} .

Solución:

- (a) La frecuencia de corte de este transistor es:

$$\begin{aligned} \omega_T &= \frac{\mu_n \cdot (V_{GS_{DC}} - V_{th})}{L^2} \\ &= \frac{400 \text{cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot (3\text{V} - 1\text{V})}{(4 \mu\text{m})^2} \\ &= 5 \text{G rad} \cdot \text{s}^{-1} \\ \Rightarrow f_T &= \frac{\omega_T}{2 \cdot \pi} = 795,8 \text{MHz} \end{aligned}$$

(b) La capacitancia del óxido por unidad de área es:

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = \frac{3,8 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{F} \cdot \text{m}^{-1}}{2 \cdot 10^{-8} \text{m}} = 1,68 \text{mF} \cdot \text{m}^{-2}$$

En este caso se tendrá que:

$$\begin{aligned} g_m &= \mu_n \cdot C_{ox} \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS_{DC}} - V_{T0}) \\ &= 400 \text{cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 1,68 \text{mF} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \frac{12 \mu\text{m}}{4 \mu\text{m}} \cdot (2,5 \text{V} - 0,5 \text{V}) \\ &= 0,4032 \cdot \text{mA} \cdot \text{V}^{-1} \end{aligned}$$

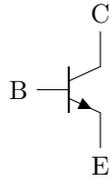
La relación entre la capacitancia de Miller y C_{gd} es, entonces:

$$\frac{C_{Miller}}{C_{gd}} = 1 + g_m \cdot R_L = 1 + 0,4032 \cdot \text{mA} \cdot \text{V}^{-1} \cdot 100 \text{k}\Omega = 41,32$$

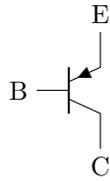
■

4.4. Fórmulas útiles

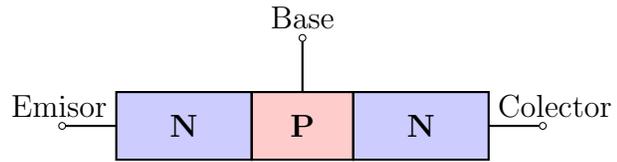
4.4.1. Transistores BJT



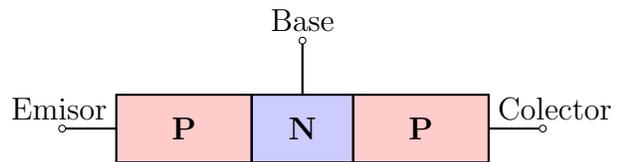
Símbolo de un BJT NPN.



Símbolo de un BJT PNP.



Estructura (simplificada) de un BJT NPN.



Estructura (simplificada) de un BJT PNP.

Se llamarán x , x' y x'' a los ejes de coordenadas usados para la base, el emisor y el colector, donde:

$x = 0$ = Borde de la juntura BE del lado de la base.

$x = x_B$ = Borde de la juntura BC del lado de la base.

$x' = 0$ = Borde de la juntura BE del lado del emisor.

$x' = x_E$ = Extremo del emisor.

$x'' = 0$ = Borde de la juntura BC del lado del colector.

$x'' = x_C$ = Extremo del colector.

N_B = Concentración de impurezas en la base

N_E = Concentración de impurezas en el emisor

N_C = Concentración de impurezas en el colector

Usualmente:

$$x_B \ll L_E$$

$$x_E \ll L_E$$

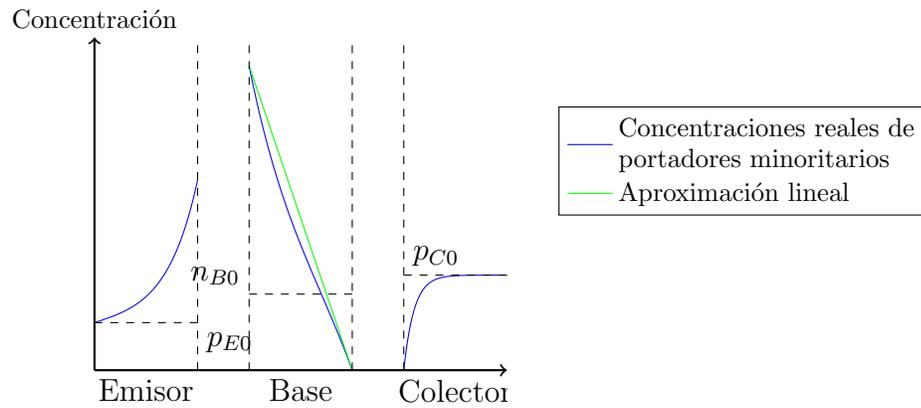
$$x_C \gg L_C$$

$$N_E \gg N_B$$

4.4.1.1. NPN: Modo de operación activo directo

Condiciones de operación: La juntura Base-Emisor debe estar polarizada en directo, y la juntura Base-Colector debe estar polarizada en inverso.

Concentraciones de portadores minoritarios:



Las concentraciones de portadores minoritarios son:

$$\delta n_B(x) = n_{B0} \cdot \frac{\left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 1\right) \cdot \sinh\left(\frac{x_B - x}{L_B}\right) - \sinh\left(\frac{x}{L_B}\right)}{\sinh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)}$$

$$\delta p_E(x') = p_{E0} \cdot \frac{\left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 1\right) \cdot \sinh\left(\frac{x_E - x'}{L_E}\right)}{\sinh\left(\frac{x_E}{L_E}\right)}$$

$$\delta p_C(x'') = -p_{C0} \cdot \frac{-\exp\left(\frac{x'' - 2x_C}{L_C}\right) + \exp\left(\frac{-x''}{L_C}\right)}{1 - \exp(-2x_C/L_C)}$$

Como usualmente $x_B \ll L_B$, $x_E \ll L_E$ y $x_C \gg L_C$, las siguientes aproximaciones serán válidas:

$$\delta n_B(x) = \frac{n_{B0}}{x_B} \cdot \left[\left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 1 \right) \cdot (x_B - x) - x \right]$$

$$\delta p_E(x) = \frac{p_{E0}}{x_E} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 1 \right) \cdot (x_E - x')$$

$$\delta p_C(x'') = -p_{C0} \cdot \exp\left(\frac{-x''}{L_C}\right) \quad \text{*Cerca de la juntura } (x'' \ll 2x_C + L_C)$$

Suponiendo corrientes positivas hacia la izquierda (en la figura):

- La corriente en el colector será:

$$I_C = I_{C_p} + I_{C_n} + I_G \quad I_G = \text{Corriente de generación}$$

$$I_{C_p} = qA \cdot D_C \cdot \left. \frac{d\delta p_C}{dx''} \right|_{x''=0} \quad I_{C_n} = -qA \cdot D_B \cdot \left. \frac{d\delta n_B}{dx} \right|_{x=x_B}$$

Normalmente se tendrá que $I_{C_n} \gg I_{C_p} + I_G$, por lo que:

$$I_C \approx I_{C_n} = \frac{qA \cdot D_B \cdot n_{B0}}{L_B} \cdot \left[\frac{\left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 1 \right)}{\sinh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)} + \frac{1}{\tanh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)} \right]$$

$$\approx \frac{qA \cdot D_B \cdot n_{B0}}{L_B} \cdot \left[\frac{\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right)}{\sinh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)} \right] \quad \left(\text{Si } \exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) \gg 1 \right)$$

- La corriente en el emisor será:

$$I_E = I_{E_p} + I_{E_n} + I_R \quad I_R = \text{Corriente de recombinación}$$

$$I_{E_p} = -qA \cdot D_E \cdot \left. \frac{d\delta p_E}{dx'} \right|_{x'=0} \quad I_{E_n} = -qA \cdot D_B \cdot \left. \frac{d\delta n_B}{dx} \right|_{x=0}$$

Normalmente se tendrá que $I_{E_n} + I_{E_p} \gg I_R$, por lo que

$$I_E \approx I_{E_p} + I_{E_n}$$

$$\approx \left(\frac{qA \cdot D_E \cdot p_{E0}}{L_E} \cdot \frac{1}{\tanh\left(\frac{x_E}{L_E}\right)} + \frac{qA \cdot D_B \cdot n_{B0}}{L_B} \cdot \frac{1}{\tanh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)} \right) \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 1 \right)$$

$$+ \frac{qA \cdot D_B \cdot n_{B0}}{L_B} \cdot \frac{1}{\sinh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)} \quad \left(\text{La siguiente aprox. es válida si } \exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) \gg 1 \right)$$

$$\approx \left(\frac{qA \cdot D_E \cdot p_{E0}}{L_E} \cdot \frac{1}{\tanh\left(\frac{x_E}{L_E}\right)} + \frac{qA \cdot D_B \cdot n_{B0}}{L_B} \cdot \frac{1}{\tanh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)} \right) \cdot \exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right)$$

- La corriente en la base será:

$$I_B = I_E - I_C = I_{E_p} + I_{E_n} + I_R - I_{C_p} - I_{C_n} - I_G$$

$$\approx \frac{qA \cdot D_B \cdot n_{B0}}{L_B} \cdot \left[\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 2 \right] \cdot \tanh\left(\frac{x_B}{2 \cdot L_B}\right)$$

Se supondrá que el área de la sección transversal es constante. Se define:

$$B_F = \frac{I_{C_n}}{I_{E_n}} = \text{Factor de transporte de la base}$$

$$\approx \frac{1}{\cosh(x_B/L_B)} \quad \text{*Si } x_B \ll L_B \text{ y } \frac{qV_{BE}}{kT} \gg 1$$

$$\gamma_F = \frac{I_{E_n}}{I_{E_p} + I_{E_n}} = \text{Eficiencia de inyección del emisor}$$

$$\approx \frac{1}{1 + \frac{p_{E0} \cdot D_E \cdot L_B}{n_{B0} \cdot D_B \cdot L_E} \cdot \frac{\tanh(x_B/L_B)}{\tanh(x_E/L_E)}} \quad \text{*Si } \frac{qV_{BE}}{kT} \gg 1$$

Si $x_B \ll L_B$ y $x_E \ll L_E$:

$$\gamma_F \approx \frac{1}{1 + \frac{p_{E0} \cdot D_E \cdot x_B}{n_{B0} \cdot D_B \cdot x_E}}$$

Como $I_C \approx I_{C_n}$ e $I_E \approx I_{E_p} + I_{E_n}$:

$$\alpha_F = \frac{I_C}{I_E} = B_F \cdot \gamma$$

$$\beta_F = \frac{I_C}{I_B} = \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F}$$

Tiempo de tránsito por la base:

$$\tau_{\text{transito}} = \frac{\tau_B}{\beta} = \frac{x_B^2}{2 \cdot D_B}$$

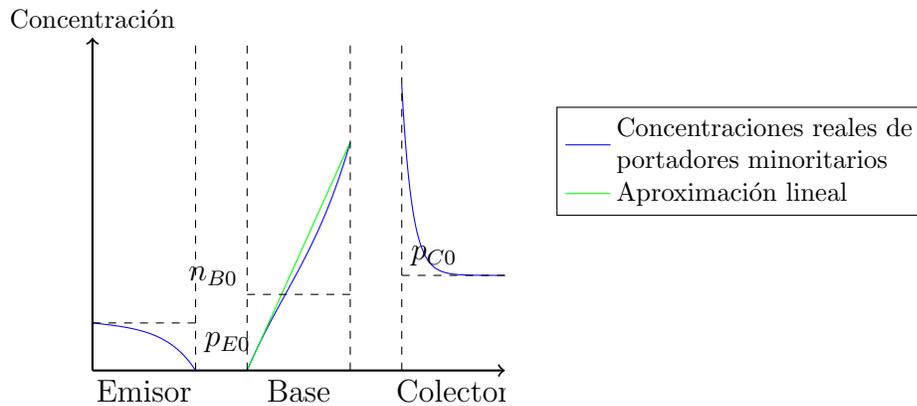
4.4.1.2. NPN: Modo de operación activo inverso

Condiciones de operación: La juntura Base-Emisor debe estar polarizada en inverso, y la juntura Base-Colector debe estar polarizada en directo.

Este modo es equivalente al activo directo, con la salvedad de que el colector actúa como el emisor, y viceversa.

Concentraciones de portadores minoritarios:

Las concentraciones de portadores minoritarios son equivalentes a las del modo activo directo, cambiando el colector por el emisor y viceversa:



$$\delta n_B(x) = n_{B0} \cdot \frac{\left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right) - 1 \right) \cdot \sinh\left(\frac{x}{L_B}\right) - \sinh\left(\frac{x_B - x}{L_B}\right)}{\sinh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)}$$

$$\delta p_E(x') = -p_{E0} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{x_E - x'}{L_E}\right)}{\sinh\left(\frac{x_E}{L_E}\right)}$$

$$\delta p_C(x'') = p_{C0} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right) - 1 \right) \cdot \frac{-\exp\left(\frac{x'' - 2x_C}{L_C}\right) + \exp\left(\frac{-x''}{L_C}\right)}{1 - \exp(-2x_C/L_C)}$$

Si $x_B \ll L_B$, $x_E \ll L_E$ y $x_C \gg L_C$, se tendrá que:

$$\begin{aligned}\delta n_B(x) &= \frac{n_{B0}}{x_B} \cdot \left[\left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 1 \right) \cdot x - (x_B - x) \right] \\ \delta p_E(x') &= -\frac{p_{E0}}{x_E} \cdot (x_E - x') \\ \delta p_C(x'') &= p_{C0} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right) - 1 \right) \cdot \exp\left(\frac{-x''}{L_C}\right) \quad * \text{Cerca de la juntura } (x'' \ll 2x_C + L_C)\end{aligned}$$

Corrientes:

$$\begin{aligned}I_C &= I_{C_p} + I_{C_n} + I_R \approx I_{C_n} + I_{C_p} \\ &\approx \left(\frac{qA \cdot D_C \cdot p_{C0}}{L_C} \cdot \frac{1}{\tanh\left(\frac{x_C}{L_C}\right)} + \frac{qA \cdot D_B \cdot n_{B0}}{L_B} \cdot \frac{1}{\tanh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)} \right) \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right) - 1 \right) \\ &\quad + \frac{qA \cdot D_B \cdot n_{B0}}{L_B} \cdot \frac{1}{\sinh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)} \quad (\text{La siguiente aprox. es válida si } \exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) \gg 1) \\ &\approx \left(\frac{qA \cdot D_C \cdot p_{C0}}{L_C} \cdot \frac{1}{\tanh\left(\frac{x_C}{L_C}\right)} + \frac{qA \cdot D_B \cdot n_{B0}}{L_B} \cdot \frac{1}{\tanh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)} \right) \cdot \exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}I_E &= I_{E_p} + I_{E_n} + I_G \approx I_{E_n} \\ &= \frac{qA \cdot D_B \cdot n_{B0}}{L_B} \cdot \left[\frac{\left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right) - 1 \right)}{\sinh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)} + \frac{1}{\tanh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)} \right] \\ &\approx \frac{qA \cdot D_B \cdot n_{B0}}{L_B} \cdot \left[\frac{\exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right)}{\sinh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)} \right] \quad (\text{Si } \exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) \gg 1)\end{aligned}$$

$$I_B = I_E - I_C$$

Si el área de la sección transversal es constante se define:

$$\begin{aligned}B_R &= \frac{I_{E_n}}{I_{C_n}} = \text{Factor de transporte de la base en reverso} \\ &\approx \frac{1}{\cosh(x_B/L_B)} \quad * \text{Si } x_B \ll L_B \text{ y } \frac{qV_{BC}}{kT} \gg 1 \\ \gamma_R &= \frac{I_{E_n}}{I_{E_p} + I_{E_n}} = \text{Eficiencia de inyección del colector} \\ &\approx \frac{1}{1 + \frac{p_{C0} \cdot D_C \cdot L_B}{n_{B0} \cdot D_B \cdot L_C} \cdot \frac{\tanh(x_B/L_B)}{\tanh(x_C/L_C)}} \quad * \text{Si } \frac{qV_{BC}}{kT} \gg 1\end{aligned}$$

Si $x_B \ll L_B$ y $x_C \gg L_C$:

$$\gamma_R \approx \frac{1}{1 + \frac{p_{C0} \cdot D_C \cdot x_B}{n_{B0} \cdot D_B \cdot L_C}}$$

Como $I_E \approx I_{E_n}$ e $I_C \approx I_{C_p} + I_{C_n}$:

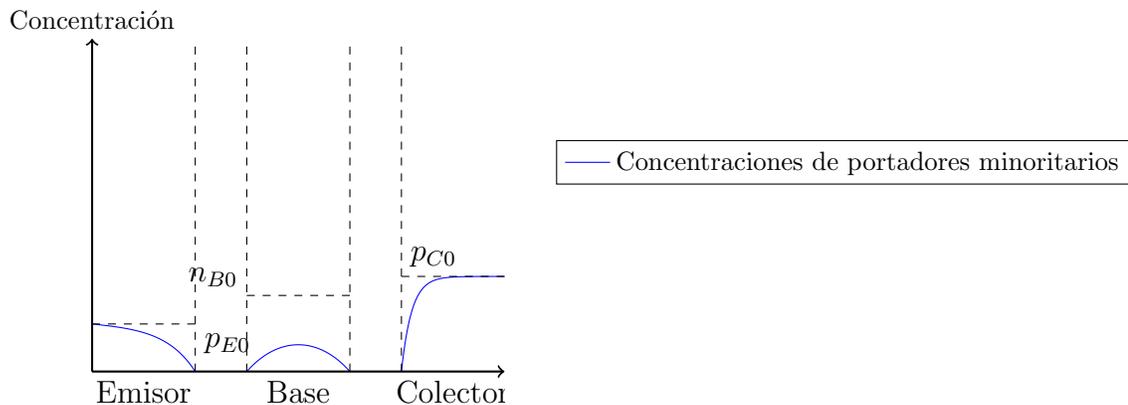
$$\alpha_R = \frac{I_E}{I_C} = B_R \cdot \gamma_R$$

$$\beta_R = \frac{I_E}{I_B} = \frac{\alpha_R}{1 - \alpha_R}$$

4.4.1.3. NPN: Modo de operación de corte

Condiciones de operación: Ambas junturas PN (Base-Emisor y Base-Collector) deben estar polarizadas en inverso.

Concentración de portadores minoritarios:



Es válido suponer que:

$$I_E = 0A$$

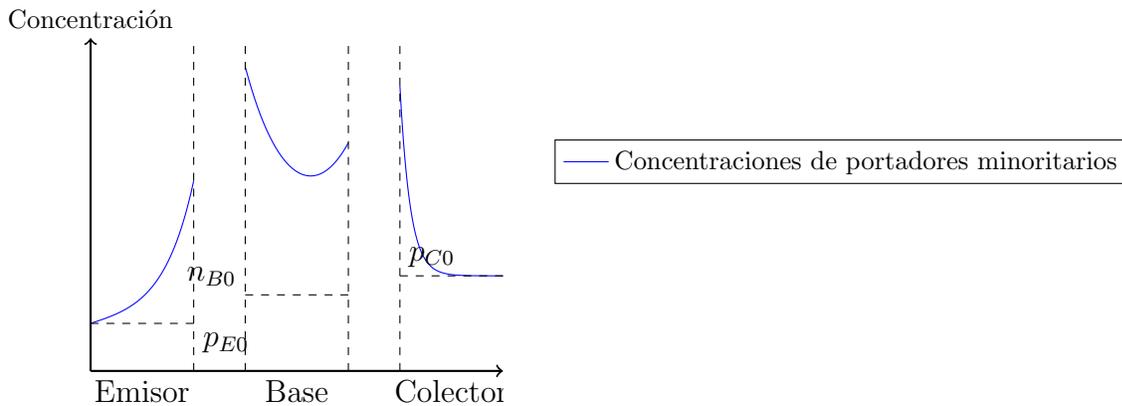
$$I_B = 0A$$

$$I_C = 0A$$

4.4.1.4. NPN: Modo de operación de saturación

Condiciones de operación: Ambas junturas PN (Base-Emisor y Base-Collector) deben estar polarizadas en directo.

Para determinar los voltajes y corrientes en este modo de operación es necesario recurrir al modelo de Ebers-Moll.

Concentración de portadores minoritarios:**4.4.1.5. PNP: Modos de operación**

El transistor PNP puede operar en los mismos cuatro modos que el transistor NPN. Las condiciones de operación son las mismas, y las ecuaciones presentadas siguen siendo válidas, con las siguientes salvedades:

- Hay que cambiar las concentraciones minoritarias p_{E0} , n_{B0} y p_{C0} por n_{E0} , p_{B0} y n_{C0} , respectivamente. En general, hay que cambiar las “n’s” por “p’s” y viceversa.
- Hay que cambiar el sentido de las corrientes

4.4.1.6. Modelo de Ebers-Moll

Este modelo es válido para los cuatro distintos modos de operación del transistor.

Para transistores NPN:

La corriente por el emisor se toma positiva “saliendo” del terminal, y las corrientes del colector y de la base se toman positivas “entrando” al terminal.

$$I_E = I_{ES} \cdot \left(\exp \left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT} \right) - 1 \right) - \alpha_R \cdot I_{CS} \cdot \left(\exp \left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT} \right) - 1 \right)$$

$$I_C = -I_{CS} \cdot \left(\exp \left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT} \right) - 1 \right) + \alpha_F \cdot I_{ES} \cdot \left(\exp \left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT} \right) - 1 \right)$$

$$I_B = I_E - I_C$$

Donde:

$$I_{ES} = \frac{qA \cdot D_B \cdot n_{B0}}{L_B} \cdot \frac{1}{\tanh \left(\frac{x_B}{L_B} \right)} + \frac{qA \cdot D_E \cdot p_{E0}}{L_E} \cdot \frac{1}{\tanh \left(\frac{x_E}{L_E} \right)}$$

$$I_{CS} = \frac{qA \cdot D_B \cdot n_{B0}}{L_B} \cdot \frac{1}{\tanh \left(\frac{x_B}{L_B} \right)} + \frac{qA \cdot D_C \cdot p_{C0}}{L_C} \cdot \frac{1}{\tanh \left(\frac{x_C}{L_C} \right)}$$

Si $x_B \ll L_B$, $x_E \ll L_E$ y $x_C \gg L_C$:

$$I_{ES} = \frac{qA \cdot D_B \cdot n_{B0}}{x_B} + \frac{qA \cdot D_E \cdot p_{E0}}{x_E}$$

$$I_{CS} = \frac{qA \cdot D_B \cdot n_{B0}}{x_B} + \frac{qA \cdot D_C \cdot p_{C0}}{L_C}$$

Note que

$$\alpha_F \cdot I_{ES} = \alpha_R \cdot I_{CS}$$

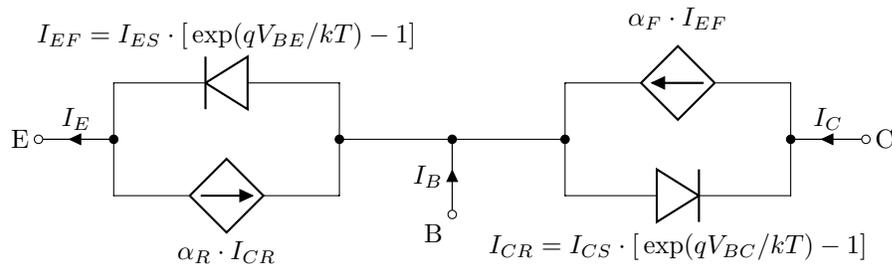
Otra manera de expresar las ecuaciones de este modelo es:

$$I_E = I_{E0} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BE}}{kT}\right) - 1 \right) + \alpha_R \cdot I_C \quad I_{E0} = (1 - \alpha_F \cdot \alpha_R) \cdot I_{ES}$$

$$I_C = -I_{C0} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{BC}}{kT}\right) - 1 \right) + \alpha_F \cdot I_E \quad I_{C0} = (1 - \alpha_F \cdot \alpha_R) \cdot I_{CS}$$

$$I_B = I_E - I_C$$

El modelo circuital equivalente a este modelo es:



Para transistores PNP:

La corriente por el emisor se toma positiva “entrando” al terminal, y las corrientes del colector y de la base se toman positivas “saliendo” del terminal.

$$I_E = I_{ES} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{EB}}{kT}\right) - 1 \right) - \alpha_R \cdot I_{CS} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{CB}}{kT}\right) - 1 \right)$$

$$I_C = -I_{CS} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{CB}}{kT}\right) - 1 \right) + \alpha_F \cdot I_{ES} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{EB}}{kT}\right) - 1 \right)$$

$$I_B = I_E - I_C$$

Donde:

$$I_{ES} = \frac{qA \cdot D_B \cdot p_{B0}}{L_B} \cdot \frac{1}{\tanh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)} + \frac{qA \cdot D_E \cdot n_{E0}}{L_E} \cdot \frac{1}{\tanh\left(\frac{x_E}{L_E}\right)}$$

$$I_{CS} = \frac{qA \cdot D_B \cdot p_{B0}}{L_B} \cdot \frac{1}{\tanh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)} + \frac{qA \cdot D_C \cdot n_{C0}}{L_C} \cdot \frac{1}{\tanh\left(\frac{x_C}{L_C}\right)}$$

Si $x_B \ll L_B$, $x_E \ll L_E$ y $x_C \gg L_C$:

$$I_{ES} = \frac{qA \cdot D_B \cdot p_{B0}}{x_B} + \frac{qA \cdot D_E \cdot n_{E0}}{x_E}$$

$$I_{CS} = \frac{qA \cdot D_B \cdot p_{B0}}{x_B} + \frac{qA \cdot D_C \cdot n_{C0}}{L_C}$$

Note que

$$\alpha_F \cdot I_{ES} = \alpha_R \cdot I_{CS}$$

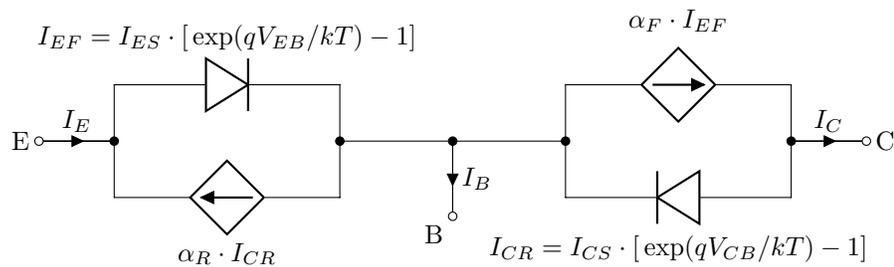
Otra manera de expresar las ecuaciones de este modelo es:

$$I_E = I_{E0} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{EB}}{kT}\right) - 1 \right) + \alpha_R \cdot I_C \quad I_{E0} = (1 - \alpha_F \cdot \alpha_R) \cdot I_{ES}$$

$$I_C = -I_{C0} \cdot \left(\exp\left(\frac{q \cdot V_{CB}}{kT}\right) - 1 \right) + \alpha_F \cdot I_E \quad I_{C0} = (1 - \alpha_F \cdot \alpha_R) \cdot I_{CS}$$

$$I_B = I_E - I_C$$

El modelo circuital equivalente a este modelo es:



4.4.1.7. Modelo Híbrido Pi (pequeña señal)

r_b, r_e, r_c = Resistencias internas de la base, el emisor y el colector

r_μ = Resistencia de la juntura Base-Colector. Muy grande (M – GΩ)

$C_\mu = \frac{C_{\mu 0}}{\sqrt{1 - \frac{V_{BC}}{V_{bi_{BC}}}}} =$ Capacitancias de juntura de la juntura Base-Colector

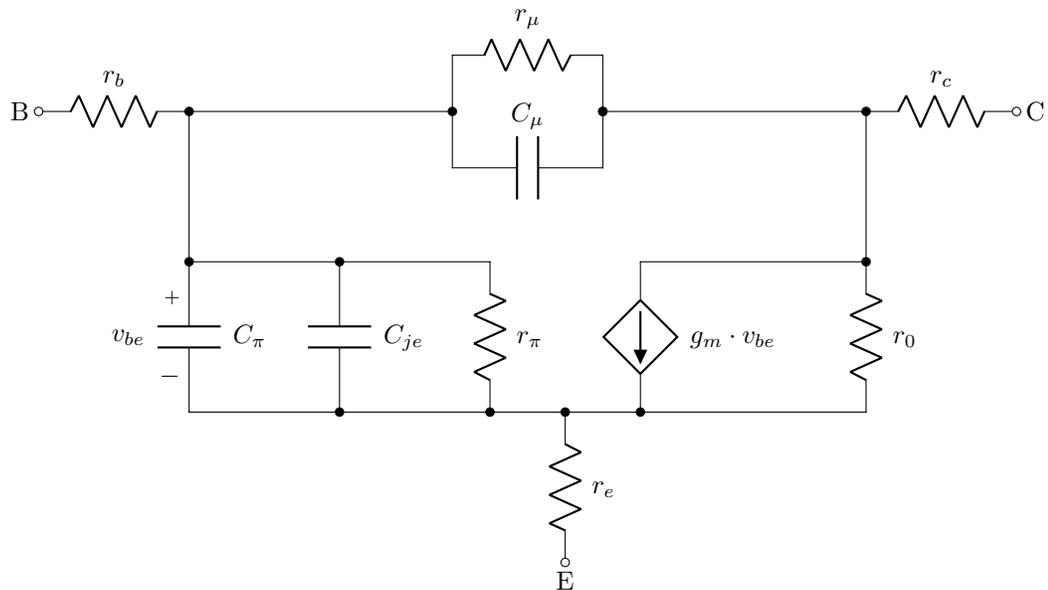
$C_{je} = \frac{C_{je0}}{\sqrt{1 - \frac{V_{BE}}{V_{bi_{BE}}}}} =$ Capacitancias de juntura de la juntura Base-Emisor

$C_\pi = \frac{qA \cdot x_B^2 \cdot I_E}{2 \cdot kT \cdot D_B} =$ Capacitancia de difusión de la juntura Base-Emisor

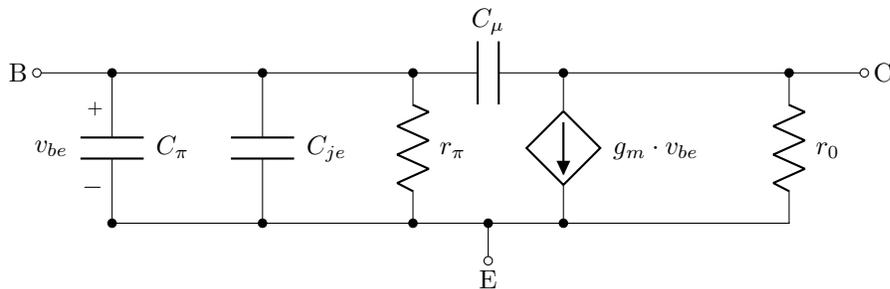
$r_\pi = \frac{\partial V_{BE}}{\partial I_B} = \frac{q}{kT} \cdot \frac{1}{I_B} = \frac{\beta}{g_m}$

$r_0 = \frac{|V_A|}{I_C}$ $V_A =$ Voltaje de Early

$g_m = \frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}} = \frac{q}{kT} \cdot I_C = \frac{\beta}{r_\pi}$



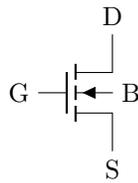
Un modelo simplificado para unas primeras aproximaciones es:



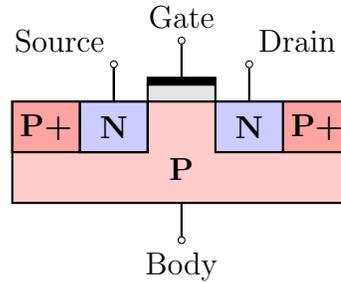
Frecuencia de ganancia unitaria:

$$f_T = \frac{g_m}{2 \cdot \pi \cdot (C_\pi + C_{je} + C_\mu)}$$

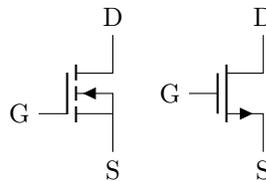
4.4.2. Transistores MOS



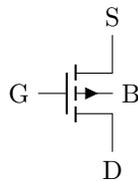
Símbolo de un MOSFET de tipo N.



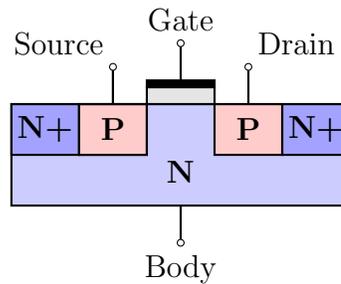
Estructura (simplificada) de un MOSFET tipo N.



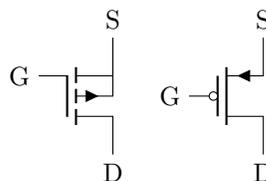
Símbolos de un MOSFET de tipo N con tres terminales.



Símbolo de un MOSFET de tipo P.



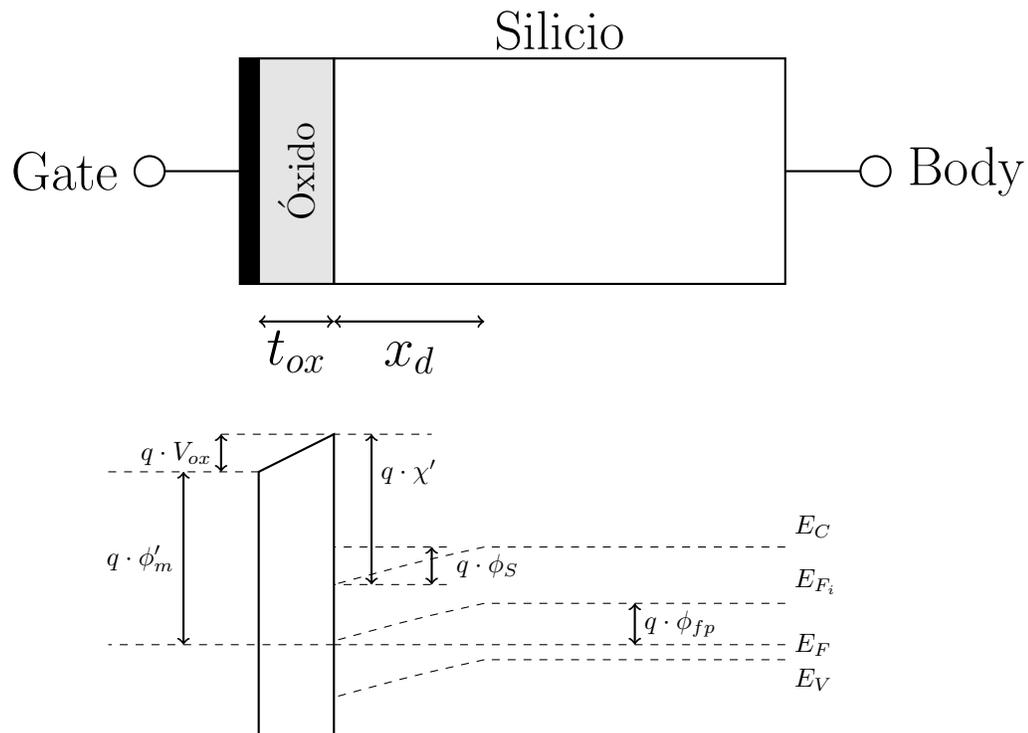
Estructura (simplificada) de un MOSFET tipo P.



Símbolos de un MOSFET de tipo P con tres terminales.

4.4.2.1. Capacitor MOS:

En equilibrio ($V_{GB} = 0V$):



χ_i = Afinidad de los electrones del óxido

χ = Afinidad de los electrones del semiconductor
 $= E_{vac} - E_C$

$\chi' = \chi - \chi_i$

E_{vac} = Energía del vacío

ϕ_m = Función de trabajo del metal
 $= E_{vac} - E_F$

$\phi'_m = \phi_m - \chi_i$

$$\phi_{fp} = \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right)$$

N_a = Densidad de aceptores

$$x_d = \sqrt{\frac{2 \cdot \epsilon_s \cdot \phi_s}{q \cdot N_a}}$$

Si el silicio es de tipo n, se cambia ϕ_{fp} por ϕ_{fn} , y N_a por N_d .

Se definen ϕ_{S0} y V_{ox0} como el valor de ϕ_s y V_{ox} , respectivamente, cuando $V_{GB} = 0V$. Esta situación es la que se muestra en la figura. Se tienen las siguientes relaciones, donde en la derecha están, en este orden, el material de la compuerta y el tipo del Silicio.

$$\begin{aligned}
V_{ox0} + \phi_{S0} &= -\phi_{ms} = \\
&= -\left[\phi'_m - \left(\chi' + \frac{E_g}{2q} + \phi_{fp}\right)\right] && \text{Para Metal - Silicio tipo P} \\
&= \left(\frac{E_g}{2q} + \phi_{fp}\right) && \text{Para Silicio tipo N++ - Silicio tipo P} \\
&= -\left(\frac{E_g}{2q} - \phi_{fp}\right) && \text{Para Silicio tipo P++ - Silicio tipo P} \\
&= -\left[\phi'_m - \left(\chi' + \frac{E_g}{2q} - \phi_{fn}\right)\right] && \text{Para Metal - Silicio tipo N} \\
&= \left(\frac{E_g}{2q} - \phi_{fn}\right) && \text{Para Silicio tipo N++ - Silicio tipo N} \\
&= -\left(\frac{E_g}{2q} + \phi_{fn}\right) && \text{Para Silicio tipo P++ - Silicio tipo N}
\end{aligned}$$

De manera general, se tiene que

$$V_{GB} = V_{ox} + \phi_S + \phi_{ms}$$

Capacitancia por unidad de área del óxido:

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}}$$

Voltaje de bandas planas:

Para este voltaje se tendrá que $\phi_S = 0V$, por lo que

$$V_{GB_{fb}} = V_{ox_{fb}} + \phi_{ms}$$

Si se llama Q'_{ss} a la carga por unidad de área atrapada en el óxido, se tendrá que $V_{ox_{fb}} = \frac{C_{ox}}{-Q'_{ss}}$. Luego:

$$V_{GB_{fb}} = \phi_{ms} - \frac{C_{ox}}{Q'_{ss}}$$

Voltaje umbral de inversión:

Se dice que se ocurre una inversión del silicio cuando $\phi_S = 2\phi_{fp}$. A partir de ese momento, al seguir aumentando V_{GB} se tendrá que ϕ_S cambiará muy poco en comparación con V_{ox} . Luego, el valor “máximo” de ϕ_S es $2\phi_{fp}$, y el de x_d es

$$x_{dT} = \sqrt{\frac{4 \cdot \epsilon_s \cdot \phi_{fp}}{q \cdot N_a}}$$

La carga por unidad de área máxima almacenada en el semiconductor será

$$|Q'_{SD}| = q \cdot N_a \cdot x_{dT} = \sqrt{4 \cdot q \cdot N_a \cdot \epsilon_s \cdot \phi_{fp}}$$

Luego

$$V_{ox_{TN}} = \frac{|Q'_{SD}| - Q'_{ss}}{C_{ox}}$$

Por lo tanto

$$V_{GB_{TN}} = V_{ox_{TN}} + 2 \cdot \phi_{fp} + \phi_{ms} = \frac{|Q'_{SD}| - Q'_{ss}}{C_{ox}} + 2 \cdot \phi_{fp} + \phi_{ms}$$

Si el silicio es de tipo n, en cambio:

$$V_{GB_{TP}} = \frac{-|Q'_{SD}| - Q'_{ss}}{C_{ox}} - 2 \cdot \phi_{fp} + \phi_{ms}$$

4.4.2.2. Transistor MOS:

Usualmente el Body y el Source están conectados, por lo que $V_{GS} = V_{GB}$. Luego, se define el voltaje umbral del transistor como

$$\begin{aligned} V_{T0N} &= V_{GB_{TN}} && \text{Para transistores NMOS} \\ V_{T0P} &= V_{GB_{TP}} && \text{Para transistores PMOS} \end{aligned}$$

Característica corriente voltaje ideal (“Gradual Channel Approximation”):

Para transistores NMOS con el Source y el Body conectados:

$$\begin{aligned} I_D &= && \\ &0 && \text{Si } V_{GS} \leq V_{T0N} \text{ (Corte)} \\ &\frac{\mu_n \cdot C_{ox}}{2} \cdot \frac{W}{L} \cdot [2 \cdot (V_{GS} - V_{T0N}) \cdot V_{DS} - V_{DS}^2] && \text{Si } V_{GS} \geq V_{T0N} \text{ y } V_{DS} \leq V_{GS} - V_{T0N} \text{ (Triodo)} \\ &\frac{\mu_n \cdot C_{ox}}{2} \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS} - V_{T0N})^2 && \text{Si } V_{GS} \geq V_{T0N} \text{ y } V_{DS} \geq V_{GS} - V_{T0N} \text{ (Saturación)} \end{aligned}$$

Para transistores PMOS con el Source y el Body conectados:

$$\begin{aligned} I_D &= && \\ &0 && \text{Si } V_{SG} \leq -V_{T0P} \text{ (Corte)} \\ &\frac{\mu_p \cdot C_{ox}}{2} \cdot \frac{W}{L} \cdot [2 \cdot (V_{SG} + V_{T0P}) \cdot V_{SD} - V_{SD}^2] && \text{Si } V_{SG} \geq -V_{T0P} \text{ y } V_{SD} \leq V_{SG} + V_{T0P} \text{ (Triodo)} \\ &\frac{\mu_p \cdot C_{ox}}{2} \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{SG} + V_{T0P})^2 && \text{Si } V_{SG} \geq -V_{T0P} \text{ y } V_{SD} \geq V_{SG} + V_{T0P} \text{ (Saturación)} \end{aligned}$$

Recuerde que usualmente V_{T0N} es positivo y V_{T0P} es negativo.

Efecto Body:

Si entre el Body y el Source existe una diferencia de potencial V_{SB} se tendrá que el voltaje umbral cambiará de acuerdo a las siguientes relaciones:

Para transistores NMOS:

$$V_{TN} = V_{T0N} + \gamma \cdot \left[\sqrt{2 \cdot \phi_{fp} + V_{SB}} - \sqrt{2 \cdot \phi_{fp}} \right] \quad \gamma = \frac{2 \cdot e \cdot \epsilon_s \cdot N_a}{C_{ox}}$$

Para transistores PMOS:

$$V_{TP} = V_{T0P} - \gamma \cdot \left[\sqrt{2 \cdot \phi_{fn} + V_{BS}} - \sqrt{2 \cdot \phi_{fn}} \right] \quad \gamma = \frac{2 \cdot e \cdot \epsilon_s \cdot N_d}{C_{ox}}$$

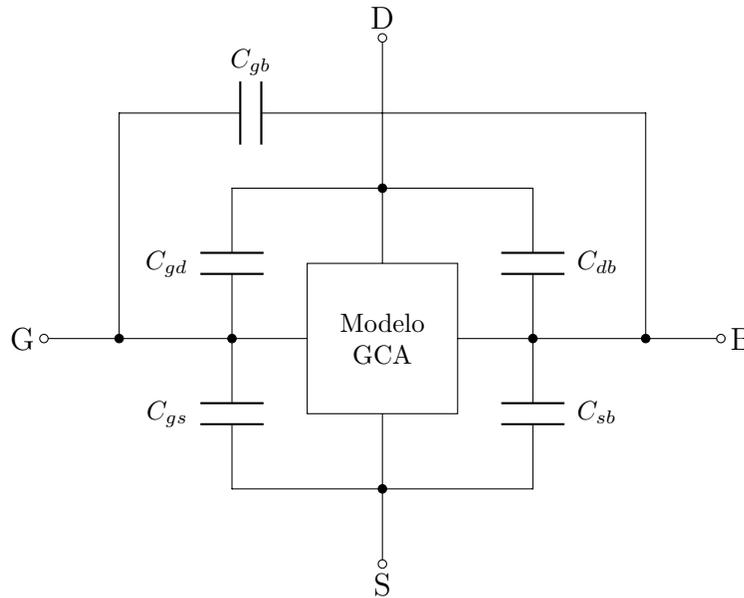
Efecto de modulación de la longitud del canal:

Tomando en cuenta este efecto se tendrá que la corriente de saturación del transistor es:

$$I_D = \frac{\mu_n \cdot C_{ox}}{2} \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS} - V_{T0N})^2 \cdot (1 + \lambda \cdot V_{DS}) \quad \text{Para transistores NMOS}$$

$$I_D = \frac{\mu_p \cdot C_{ox}}{2} \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{SG} + V_{T0P})^2 \cdot (1 + \lambda \cdot V_{SD}) \quad \text{Para transistores PMOS}$$

Donde λ es una constante empírica denominada coeficiente de modulación de la longitud del canal.

4.4.2.3. Capacitancias en un MOSFET:

L_M = Longitud de la compuerta

$L = L_M - 2 \cdot L_D$ = Longitud del canal

L_D = Longitud de la compuerta sobre el drain y el source

x_j = Profundidad del drain y del source

Y = Ancho del drain y del source

Estas capacitancias se dividen en dos grupos. El valor total de cada capacitancia corresponde a la suma de las capacitancias de cada grupo.

Capacitancias debidas al óxido:

Nombre	Valor (corte)	Valor (triodo)	Valor (saturación)
$C_{GS(ox)}$	$C_{ox} \cdot W \cdot L_D$	$C_{ox} \cdot W \cdot (L_D + \frac{1}{2} \cdot L)$	$C_{ox} \cdot W \cdot (L_D + \frac{2}{3} \cdot L)$
$C_{GD(ox)}$	$C_{ox} \cdot W \cdot L_D$	$C_{ox} \cdot W \cdot (L_D + \frac{1}{2} \cdot L)$	$C_{ox} \cdot W \cdot L_D$
$C_{GB(ox)}$	$C_{ox} \cdot W \cdot L$	0	0

Capacitancias debidas a las junturas PN:

Para transistores NMOS:

$$V_{bi} = \frac{kT}{q} \cdot \ln \left(\frac{N_a \cdot N_d}{n_i^2} \right) \quad V_{bi(lateral)} = \frac{kT}{q} \cdot \ln \left(\frac{N_{a(lateral)} \cdot N_d}{n_i^2} \right)$$

$$C_{j0} = \sqrt{\frac{\epsilon_s \cdot q}{2}} \cdot \frac{N_a \cdot N_d}{N_a + N_d} \cdot \frac{1}{V_{bi}} \quad C_{j0(lateral)} = \sqrt{\frac{\epsilon_s \cdot q}{2}} \cdot \frac{N_{a(lateral)} \cdot N_d}{N_{a(lateral)} + N_d} \cdot \frac{1}{V_{bi(lateral)}}$$

Para transistores PMOS se cambian de lugar N_a y N_d .

$$C_{DB(junt)} = \frac{(x_j + Y) \cdot W \cdot C_{j0}}{\sqrt{1 - \frac{V_{DB}}{V_{bi}}}} + \frac{(2 \cdot Y + W) \cdot x_j \cdot C_{j0(lateral)}}{\sqrt{1 - \frac{V_{DB}}{V_{bi(lateral)}}}}$$

$$C_{SB(junt)} = \frac{(x_j + Y) \cdot W \cdot C_{j0}}{\sqrt{1 - \frac{V_{SB}}{V_{bi}}}} + \frac{(2 \cdot Y + W) \cdot x_j \cdot C_{j0(lateral)}}{\sqrt{1 - \frac{V_{SB}}{V_{bi(lateral)}}}}$$

Estas capacitancias dependen de V_{DB} y V_{SB} . Si estos valores varían entre V_{DB1} y V_{DB2} , y V_{SB1} y V_{SB2} , es posible usar, como primera aproximación, los siguientes valores promedio:

$$C_{DB(junt)medio} = \frac{(x_j + Y) \cdot W \cdot C_{j0}}{V_{DB2} - V_{DB1}} \cdot \left[\sqrt{1 - \frac{V_{DB2}}{V_{bi}}} - \sqrt{1 - \frac{V_{DB1}}{V_{bi}}} \right]$$

$$+ \frac{(2 \cdot Y + W) \cdot x_j \cdot C_{j0(lateral)}}{V_{DB2} - V_{DB1}} \cdot \left[\sqrt{1 - \frac{V_{DB2}}{V_{bi(lateral)}}} - \sqrt{1 - \frac{V_{DB1}}{V_{bi(lateral)}}} \right]$$

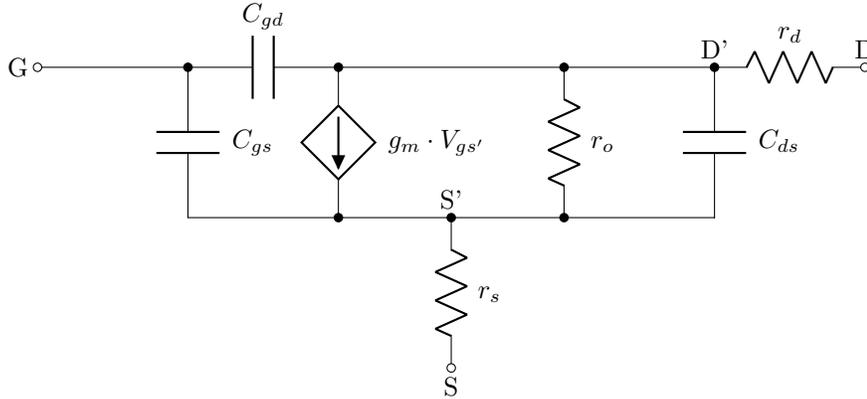
$$C_{SB(junt)medio} = \frac{(x_j + Y) \cdot W \cdot C_{j0}}{V_{SB2} - V_{SB1}} \cdot \left[\sqrt{1 - \frac{V_{SB2}}{V_{bi}}} - \sqrt{1 - \frac{V_{SB1}}{V_{bi}}} \right]$$

$$+ \frac{(2 \cdot Y + W) \cdot x_j \cdot C_{j0(lateral)}}{V_{SB2} - V_{SB1}} \cdot \left[\sqrt{1 - \frac{V_{SB2}}{V_{bi(lateral)}}} - \sqrt{1 - \frac{V_{SB1}}{V_{bi(lateral)}}} \right]$$

Si el Body y el Source están conectados, se desprecia C_{sb} y C_{db} se convierte en C_{ds} .

4.4.2.4. Modelo de pequeña señal:

En saturación, para un transistor con el Source y el Body conectados.



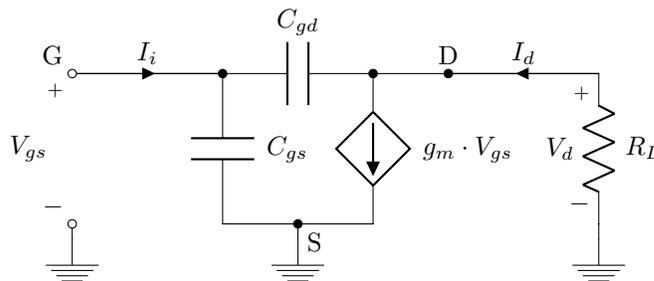
$$g_m = \mu \cdot C_{ox} \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS_{DC}} - V_{T0}) = \sqrt{2 \cdot \mu \cdot C_{ox} \cdot \frac{W}{L} \cdot I_{D_{DC}}} = \frac{2 \cdot I_{D_{DC}}}{V_{GS_{DC}} - V_{T0}}$$

$$r_o = \frac{1}{\lambda \cdot I_{D_{DC}}} = \frac{|V_A|}{I_D} \quad V_A = \text{Voltaje de Early}$$

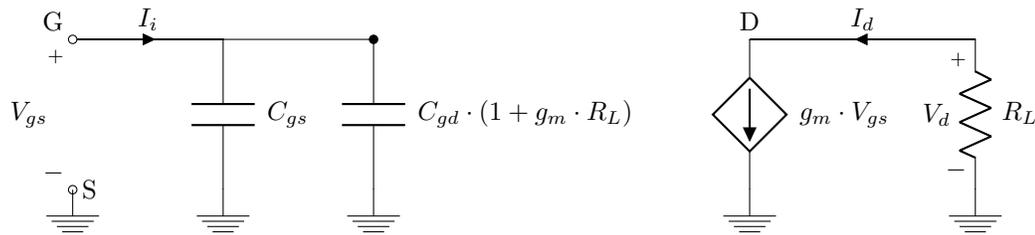
r_d y r_s son las resistencias internas del drain y del source, y en una primera aproximación pueden ser despreciadas. Las capacitancias se calculan de acuerdo a las fórmulas de la subsección anterior.

Amplificador de Source común, capacitancia de Miller y frecuencia de corte:

El modelo de pequeña señal del amplificador de Source común, con una carga R_L y despreciando C_{ds} , r_o , r_d y r_s es:



Si $\omega \cdot R_L \cdot C_{gd} \ll 1$ el circuito anterior es equivalente al siguiente:



$$C_{Miller} = C_{gd} \cdot (1 + g_m \cdot R_L) = \text{Capacitancia equivalente de Miller}$$

La frecuencia de corte del transistor será aquella para la cual $\left| \frac{I_d}{I_i} \right| = 1$, lo que equivale a:

$$1 = \left| \frac{I_d}{I_i} \right| = \frac{g_m}{\omega_T \cdot (C_{gs} + C_{Miller})} \Rightarrow \omega_T = \frac{g_m}{C_{gs} + C_{Miller}}$$

Como se está operando en saturación, $C_{gd} \approx 0$, por lo que también se tendrá que $C_{Miller} \approx 0$. Reemplazando los valores de $g_m = \mu \cdot C_{ox} \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS_{DC}} - V_{T0})$ y $C_{gs} = W \cdot L \cdot C_{ox}$:

$$\omega_T = \frac{\mu \cdot (V_{GS_{DC}} - V_{T0})}{L^2}$$

Referencias

Hu, C. (2010). *Modern Semiconductor Devices for Integrated Circuits*. Prentice Hall.

Kang, Sung-Mo y Leblebici, Yusuf (1999). *CMOS Digital Integrated Circuits, Analysis and Design*. McGraw-Hill, 2ª edición.

Neamen, Donald A. (2012). *Semiconductor Physics and Devices, Basic Principles*. McGraw-Hill, 4ª edición.

Streetman, Ben G. y Kumar Banerjee, Sanjay (2006). *Solid State Electronics Devices*. Pearson, 6ª edición.

Van Zeghbroeck, Bart (2011). «Principles of Semiconductor Devices».

<https://ecee.colorado.edu/~bart/book/book/title.htm>